

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

СОГЛАСОВАНА

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

_____/проф. И.А.Танкиев
«27» апреля 2026г.

_____/М.Х.Мальсагов от
от «28» апреля 2026г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.08 Алгебра

Направление подготовки

01.03.01 –МАТЕМАТИКА

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас, 2026г

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Алгебра» являются:

- овладеть основными методами современной алгебры;
- приобрести опыт использования алгебраических методов в процессе решения задач смежных математических дисциплин (геометрии, матем. анализа и т. д);
- получить представление о роли алгебры в системе математического знания и перспективах ее применения в естественных и гуманитарных науках;
- подготовка учителя к будущей профессиональной деятельности (формирование способности к преподаванию учебного предмета алгебра).

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
ОКЗ	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень (подуровень) квалификации
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	А/01.6	6
				Воспитательная деятельность	А/02.6	6
				Развивающая деятельность	А/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего	В/03.6	6

		программ		общего образования		
--	--	----------	--	-----------------------	--	--

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина «Алгебра» относится к дисциплинам обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) Предметно-методического модуля учебного плана основной профессиональной образовательной программы высшего образования - программы бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 Математика очной формы обучения. Дисциплина опирается на результаты обучения, сформированные в рамках школьного курса математики.

Результаты изучения дисциплины являются основой для изучения дисциплин и прохождения практик : Теория чисел, Обыкновенные дифференциальные уравнения, Уравнения в частных производных, Действительный анализ, Функциональный анализ, Комплексный анализ, Учебная практика и ГИА.

В результате изучения данного курса осуществляются межпредметные связи с такими предметами, как элементы математической логики, математический анализ, геометрия.

3. Результаты освоения дисциплины (модуля) Алгебра.

Процесс изучения дисциплины Алгебра направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции
УК-1	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК 1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2.: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; УК-1.3.: Осуществляет поиск информации для решения
ОПК-3	ОПК-3. Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	ОПК -3.1. : Знает основные направления и проблематику современной математики. ОПК-3.2: Решает исследовательские математические задачи на основе конструирования новых или реконструкции уже известных способов и приемов

		ОПК-3.3: Владеет методами математических исследований
ПК-2	Способен преподавать математику в средней школе специальных учебных заведениях	ПК-2.1: Разрабатывает научно-методическое обеспечение реализации курируемых учебных предметов, курсов, дисциплин. ПК-2.2: Применяет теоретические основы создания и использования новых педагогических технологий и методических систем обучения, реализованных на базе информационных и коммуникационных технологий, обеспечивающих развитие учащихся на разных ступенях образования. ПК-2.3: Обладает систематизированными теоретическими и практическими знаниями.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля) Алгебра

4.1. Структура дисциплины (модуля) Алгебра

Общая трудоемкость дисциплины составляет **13** зачетных единиц, **468** часа.

Объем дисциплины и виды учебной работы

	Всего	Порядковый номер семестра			
		1	2	3	
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	468 (13з.е.)	144	180	144	
Курсовой проект (работа)	Не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	236	68	98	84	
Лекции	108	36	36	36	
Практические занятия, семинары	128	32	48	48	
Лабораторные работы	Не предусмотрено				
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	205	76	69	60	
Вид итоговой аттестации:		зачет	экзамен	зачет	
Зачет		+		+	
Экзамен			27		
Общая трудоемкость дисциплины	468	144	180	144	

№ / №	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)										Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра). Формы промежут. аттест						
			Аудиторная работа					Самостоятельная работа											
			всего	лекции	Практ. занятия	Лаборат. занятия	Др.виды контак. раб.	Всего	Курсов. раб(.проект)	Подготовка к экз.	Другие виды	Собеседование	Колоквиум	Проверка тестов	Проверка контр.раб	Проверка реферата	Проверка эссе и	Курсовая работа	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
	Раздел 1. Системы линейных уравнений	1	6	2				4											
1. 1.	Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.	1	6	2	4														
2.	Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы.	1	54	22	32			34											
2. 1.	Множества. Операция над множествами.	1	4	2	2														
2. 2.	Бинарные отношения.	1	16	6	10														
2. 3.	Алгебраические операции. Понятие алгебры.	1	4	2	2														
2. 4.	Группа. Изоморфизм групп.	1	6	2	4														
2. 5.	Кольцо. Изоморфизм колец.	1	4	2	2														
2.6.	Поле.	1	6	2	4														
2.7.	Поле комплексных чисел.	1	10	4	6														
2.8.	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса	1	4	2	2														
3.	Раздел 3. Векторное пространство.	1	38	18	20			8											
3.1.	Векторное пространство. Подпространство.	1	6	2	4														
3.2.	Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов. Изоморфизм векторных пространств	1	10	12	6							4							
3.3.	Матрицы. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных однородных уравнений	1	12	6	6							4							
3.4.	Системы однородных линейных уравнений Фундаментальный набор решений системы линейных	1	8	4	4							4							

	однородных уравнений.																
4.	Раздел 4. Матрицы и определители.	2	36	16	16			12									
4.1.	Операции над матрицами.	2	8	4	4							4					

[illegible]

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

4.2. Содержание дисциплины Алгебра

Раздел 1. Системы линейных уравнений

Тема 1.1. Системы линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.

Системы линейных уравнений. Равносильность систем. Матрицы и определители 2-го и 3-го порядков. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы

Тема 2.1 Множества, операции над множествами

Множества, операции над множествами, их свойства. Диаграммы Эйлера-Венна. Прямое произведение множеств.

Тема 2.2. Бинарные отношения

Бинарные отношения. Отношение эквивалентности. Разбиение на классы эквивалентности. Фактор-множество. Отношение порядка. Функциональные отношения (отображения). Композиция функций.

Тема 2.3. Алгебраические операции. Понятие алгебры

Бинарные операции, их свойства. Понятие алгебры, подалгебры.

Тема 2.4. Группа. Изоморфизм групп

Группа: определение, свойства, примеры. Подгруппа. Изоморфизм групп.

Тема 2.5. Кольцо. Изоморфизм колец

Кольцо: определение, простейшие свойства, примеры. Кольцо классов вычетов. Изоморфизм колец.

Тема 2.6. Поле.

Поле: определение, простейшие свойства, примеры.

Тема 2.7. Поле комплексных чисел

Поле комплексных чисел. Геометрическое представление комплексных чисел. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме.

Тема 2.8. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса

Раздел 3. Векторное пространство

Тема 3.1. Векторное пространство. Подпространство

Векторное пространство: определение, простейшие свойства, примеры. Подпространство. Арифметическое векторное пространство.

Тема 3.2. Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов. Изоморфизм векторных пространств

Линейная зависимость и независимость системы векторов. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Координаты вектора в базисе. Размерность векторного пространства. Изоморфизм векторных пространств.

Тема 3.3. Матрицы. Ранг матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений

Матрицы. Элементарные преобразования матриц. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Критерий совместности системы линейных уравнений.

Тема 3.4. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений

Системы линейных однородных уравнений. Пространства решений системы однородных линейных уравнений. Фундаментальный набор решений системы однородных линейных уравнений.

Раздел 4. Матрицы и определители

Тема 4.1. Операции над матрицами. Обратная матрица

Матрицы, операции над матрицами. Обратимые матрицы. Элементарные матрицы. Условие обратимости матрицы. Вычисление обратной матрицы.

Тема 4.2. Перестановки. Группа подстановок

Перестановки: определение, примеры. Подстановки. Группа подстановок.

Четность подстановки.

Тема 4.3. Определитель квадратной матрицы

Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Необходимые и достаточные условия равенства определителя нулю. Определитель произведения матриц. Теорема о ранге матрицы.

Тема 4.4. Решение системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера

Запись и решение системы линейных уравнений в матричной форме. Правило Крамера. Условия, при которых однородная система линейных уравнений имеет нетривиальные решения.

Раздел 5. Линейные отображения векторных пространств

Тема 5.1. Линейные отображения векторных пространств

Линейные отображения векторных пространств. Образ, ядро, ранг и дефект линейного отображения. Матрица линейного отображения. Связь между координатами вектора в различных базисах. Связь между матрицами линейного отображения в различных базисах.

Тема 5.2. Невырожденные линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора

Обратимые (невыврожденные) линейные отображения. Собственные векторы и собственные значения линейного отображения. Линейные операторы с простым спектром. Подобные матрицы. Условия приводимости матрицы линейного оператора к диагональному виду.

Тема 5.3. Линейная алгебра. Алгебра матриц и алгебра линейных операторов

Понятие линейной алгебры: определение, примеры. Алгебра матриц и алгебра линейных операторов векторного пространства. Изоморфизм алгебры линейных операторов и полной матричной алгебры.

Тема 5.4. Евклидово векторное пространство

Скалярное произведение векторов, его свойства. Евклидово векторное пространство. Ортогональная система векторов. Процесс ортогонализации линейно независимой системы векторов.

Тема 5.5. Норма вектора. Нормированное векторное пространство

Норма вектора и ее свойства. Ортонормированный базис векторного пространства. Изоморфизм евклидовых пространств.

Раздел 6. Группы

Тема 6.1. Группы, подгруппы. Смежные классы

Группа, свойства групп. Подгруппа. Обобщенный закон ассоциативности. Теорема Кэли. Смежные классы.

Тема 6.2. Конечные группы. Теорема Лагранжа

Порядок элемента группы. Конечные группы. Теорема Лагранжа. Циклические группы

Тема 6.3. Нормальные делители. Теорема о гомоморфизмах групп

Нормальные делители группы. Фактор-группа. Гомоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма. Теорема о гомоморфизмах (эпиморфизмах) групп.

Раздел 7. Кольца

Тема 7.1. Кольцо. Подкольцо. Сравнения и классы вычетов по идеалу

Кольцо, его свойства. Идеалы кольца. Сравнения и классы вычетов по идеалу. Фактор-кольцо. Теорема об эпиморфизмах колец. Характеристика кольца. Область целостности.

Тема 7.2. Делимость в кольцах

Делимость в кольцах. Простейшие свойства делимости в коммутативных кольцах. Простые и составные элементы области целостности. Делители нуля. Ассоциированные элементы кольца. Кольца главных идеалов. Евклидовы кольца. Примеры.

Раздел 8. Алгебра многочленов

Тема 8.1. Многочлены от одной переменной

Простое трансцендентное расширение области целостности. Степень многочлена. Деление многочлена на двучлен $x - a$. Схема Горнера; Корни многочлена. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов. Многочлены над полем. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида. НОД и НОК многочленов. Неприводимые над полем многочлены. Единственность разложения многочлена в произведение нормированных неприводимых множителей. Формальная производная многочлена. Кратные множители многочлена.

Тема 8.2. Многочлены от нескольких переменных

Тема 8.2. Многочлены от нескольких переменных

Кратное трансцендентное расширение области целостности. Степень многочлена. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом. Лексикографическое упорядочение членов многочлена. Высший член произведения многочленов. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах. Результат двух многочленов. Исключение неизвестной из системы двух уравнений при помощи результата.

Тема 8.3. Многочлены над полями комплексных, действительных и рациональных чисел

Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Разложение многочлена над полем комплексных чисел в произведение неприводимых множителей. Формулы Виета. Сопряженность мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами. Разложение многочлена над полем действительных чисел в произведение неприводимых множителей. Уравнения третьей (четвертой) степени над полем действительных чисел. Целые и рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Критерий неприводимости Эйзенштейна.

Раздел 9. Элементы теории полей

Тема 9.1. Простое алгебраическое и трансцендентное расширения полей

Простое алгебраическое и трансцендентное расширение поля. Алгебраические и трансцендентные числа. Строение простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.

Тема 9.2. Конечное расширение поля. Поле алгебраических чисел

Конечное расширение поля. Составное алгебраическое расширение поля. Поле алгебраических чисел, его алгебраическая замкнутость. Приложения расширений полей к задачам на построение циркулем и линейкой.

5. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

Неделя	№ темы	Вид самостоятельной работы	Рекомендуемая литература	Часы	
				очно	
1	2	3	4	5	
		Семестр 1.			
		Раздел 1. Системы линейных уравнений		4	
1	1.1.	Подготовка к аудиторному занятию: - работа с теоретическим материалом; изучение основных понятий и определений темы: понятие равносильности системы, понятие решения системы, понятий основная матрица и основной определитель системы. - решение задач и упражнений; стандарт: решение систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными; вариативные: решение систем с параметрами, определение условий совместности системы и количества ее решений;	осн.: 2, до пол.: 2, 3 ОЛ [3] № 562, 735 №739 ДЛ[6] № 5.3.9 (а-е)	4	
		Раздел 2. Алгебры и основные алгебраические системы		58	
2	2.1.	Подготовка к аудиторному занятию: работа с теоретическим материалом; определения основных операций над множествами, изучение их свойств, доказательства равенств множеств, диаграммы Эйлера - Венна.	осн.: 3 ДЛ[6] № 1.3.1-1.3.15 № 1.4.9-1.4.17	10	
		решение задач и упражнений; стандарт: доказательство равенств множеств, использование диаграмм Эйлера - Венна. Вариативные: доказательство основных свойств операций над множествами, использование универсального множества, симметрической разности			

		множеств. подготовка к контрольной работе.			
3-5	2.2.	Подготовка к аудиторному занятию: - работа с теоретическим материалом; изучение основных определений: определение бинарного отношения, его свойств, определение отношения эквивалентности. Изучение функциональных отношений, отображений. - решение задач и упражнений; стандарт.: определение свойств бинарного отношения. вариативные: построение бинарных отношений с заданными свойствами. Определение свойств отображений, являющихся композицией основных элементарных функций. - подготовка к контрольной работе.	осн.: 3 ДЛ[6] № 1.6.1-1.6.3 № 1.6.6, 1.7.1 № 1.7.14	10	
6	2.3.	Подготовка к аудиторному занятию: - работа с теоретическим материалом; изучение основных свойств бинарных операций, изучение понятия алгебры. - решение задач и упражнений стандарт.: свойства основных арифметических операций на числовых множествах. вариативные: изучение свойств бинарных операций на геометрическом материале и на нечисловых множествах. - подготовка к собеседованию.	осн.: 3,4 доп. 2,3. ДЛ[6] №2.1.1 №2.1.7-2.1.13	6	
7	2.4.	Подготовка к аудиторному занятию: работа с теоретическим материалом: изучение основных определений по теме, доказательство простейших свойств групп.	осн.: 1, 2 доп. 2. ОЛ [3] № 1634, 1635	4	
		решение задач и упражнений; стандарт.: задачи на распознавание структуры группы в числовых множествах, вариативные: задачи на узнавание структуры группы на геометрическом материале, на множествах остатков от деления целых чисел на простые числа и т. д.	№ 1636 ДЛ[6] №2.3.2, 2.3.13		
8	2.5.	Подготовка к аудиторному занятию: работа с теоретическим материалом; изучение основных определений по теме, доказательство	осн.: 1, 2 допол.: 2 ОЛ [3] №	4	

		простейших свойств кольца. решение задач и упражнений; задачи на узнавание структуры кольца, построение примеров кольца, построение примеров делителей нуля.	1709-1723 ДЛ[6] №2.4.1-2.4.3		
9	2.6.	Подготовка к аудиторному занятию: - работа с теоретическим материалом; изучение основных определений по теме, разбор доказательств основных утверждений. - решение задач и упражнений; построение примеров полей, конечных полей, полей классов вычетов, - подготовка к тесту	осн.: 1,2, 5 допол.: 5 ОЛ [3] № 1735, 1736 ДЛ[6] №3.1.1-3.1.12	6	
10-11	2.7.	Подготовка к аудиторному занятию: - работа с теоретическим материалом; изучение теоретического материала по теме. - решение задач и упражнений; стандарт: выполнение операций над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме ,вариативные: рассмотрение групп корней п-й степени из единицы, отыскание первообразных корней.	осн. 2, 3 допол.: 5 ОЛ [5] №2.1-2.35 ДЛ[6] № 3.3.9-3.3.21 № 3.3.29	12	
		подготовка к контрольной работе, тесту			
12	2.8..	Подготовка к аудиторному занятию: работа с теоретическим материалом; изучение понятия элементарных преобразований системы линейных уравнений, равносильности систем, свободных и связанных переменных.	осн.: 2, 3, 4 допол.: 5 ОЛ [3] № 689-704	6	
		- решение задач и упражнений; стандарт.: решение систем линейных уравнений методом Гаусса. вариативные: решение систем линейных уравнений с параметром. - подготовка к контрольной работе			
		Раздел 3. Векторное пространство		11	
13	3.1.	Подготовка к аудиторному занятию: работа с теоретическим материалом: изучение основных определений темы. Разбор доказательства	осн.: 1, 3, допол.: 2,3. ОЛ [3] №	4	

		простейших свойств векторных пространств. решение задач и упражнений: решение задач на узнавание структуры векторного пространства.	1277-1294 № 1310-1313		
14-15	3.2.	Подготовка к аудиторному занятию: - работа с теоретическим материалом: работа по усвоению основных определений линейной зависимости и независимости системы векторов. - решение задач и упражнений: решение задач на определение линейной зависимости и независимости системы векторов. - подготовка к коллоквиуму	осн.: 1, 2, 3, 4 допол.: 2,3. ДЛ[6] № 6.2.7-6.2.9	3	
16-17	3.3.	Подготовка к аудиторному занятию: - работа с теоретическим материалом: работа с основными определениями темы, доказательство равенства строчечного и столбцового рангов матрицы, работа с доказательством критерия совместности системы линейных уравнений.. - решение задач и упражнений: решение задач на определение ранга матрицы. Решение задач на применение критерия совместности системы линейных уравнений. - подготовка к коллоквиуму	осн.: 1, 2, 3, 4 допол.:2,3,5. ОЛ[3] №608-611 № 619-622	2	
18	3.4.	Подготовка к аудиторному занятию:	осн.: 1, 2, 3, 4	2	
		- работа с теоретическим материалом: работа с определениями однородной системы линейных уравнений, пространства ее решений, фундаментальным набором решений. - решение задач и упражнений: решение задач на отыскание фундаментального набора решений системы линейных однородных уравнений.	до пол. :2,3,5. ОЛ[3] № 724-732 № 735-740		
		Семестр 2.			
		Раздел 4. Операции над матрицами . Обратная матрица		12	
1-2	4.1.	Подготовка к аудиторному занятию:	осн.: 1, 2, 3,4	4	

		• работа с теоретическим материалом: усвоение определений основных операций над матрицами и их свойств. • решение задач и упражнений; стандарт: выполнение основных операций над матрицами. вариативные: вычисление результатов возведения некоторых матриц в степень, определение матриц, перестановочных с данной.	доп.: 2, 3, 5. ОЛ [3] № 788-791 № 799, 822 № 836-847		
3	4.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение определений перестановки, подстановки и их свойств, понятия четности подстановки. • решение задач и упражнений: стандарт.: задачи на построение перестановок и подстановок 77-й степени, построение таблиц операций в группах подстановок 2, 3, 4 степеней, определение четности подстановки.вариативные : нахождение подгрупп группы подстановок, установление изоморфизма между группами самосовмещений треугольника, квадрата и группами подстановок соответствующей степени.	осн.: 1, 2, 4 доп.: 1, 5, 7, 8 ОЛ [3] № 123-138 № 151-154 № 169-173	4	
4-7	4.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение		2	
		определения определителя и его свойств. • решение задач и упражнений: вычисление определителей 2, 3-го порядка, вычисление определителей третьего порядка по правилу треугольников, вычисление определителей третьего и более высокого порядка методом разложения по строке или столбцу.вариативные: вычисление буквенных определителей п-го порядка • подготовка к собеседованию			
8	4.4.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение теоретического материала по теме. • решение задач и упражнений: решение задач на умение записать систему линейных уравнений в матричной форме, на правило Крамера.		2	

		Раздел 5. Линейные отображения векторных пространств		18	
9	5.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение определений суммы и пересечения подпространств, доказательства теоремы о размерности суммы подпространств. • решение задач и упражнений; стандарт: решение задач на отыскание размерности суммы и пересечения подпространств и их базисов. • подготовка к контрольной работе.		13	
10-11	5.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение определения линейного отображения, способов задания линейного отображения, понятия матрицы линейного оператора. • решение задач и упражнений: решение задач на определение линейного отображения, отыскание матрицы линейного оператора. • подготовка к контрольной работе,		14	
		коллоквиуму			
12-13	5.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы, доказательства теоремы о том, что множество собственных векторов линейного оператора совпадает с ядром линейного оператора $\langle p - X e \rangle$. • решение задач и упражнений: решение задач на отыскание собственных значений и собственных векторов линейного оператора. • подготовка к контрольной работе, коллоквиуму		13	
14-15	5.4.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы. • решение задач и упражнений: решение задач на выполнение операций над линейными операторами, отыскание матрицы	осн. 3,4, доп. 2,3,4. ОЛ [3] № 1479-1483 № 1456-1457	14	

		суммы и произведения линейных операторов. Подготовка к контрольной работе			
16-17	5.5.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: Изучение понятия скалярного произведения векторов и евклидова векторного пространства, его свойств, ортогонального базиса пространства и ортогонального дополнения. • решение задач и упражнений: на вычисление скалярного произведения векторов, применение	осн. 3,4, доп. 2,3,4. ОЛ [3] № 1359-1365	12	
		• свойств скалярного произведения, построения ортогонального базиса пространства методом ортогонализации системы векторов.			
18	5.6.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных определений и понятий темы. • решение задач и упражнений: решение задач на задание нормы в векторном пространстве, вычисление нормы вектора, построения ортонормированного базиса пространства.	осн. 3,4. . доп. 2,3,4. ОЛ [3] № 1385-1388	2	
		Семестр 3.			
		Раздел 6. Группы.		48	
1	6.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных определений теории групп, понятия смежного класса, левостороннего и правостороннего разложения группы по подгруппе. • решение задач и упражнений: решение задач на разложения группы по подгруппе.	осн. 1.3,5. доп. 4. ОЛ [3] № 1659 (а-з)	16	
2	6.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий и определений темы, разбор доказательства теоремы Лагранжа. • решение задач и упражнений: решение задач на применение теоремы Лагранжа. Решение задач на порядок элемента группы, построение циклических групп, отыскание их подгрупп.	осн. 1,2,3, доп. 2,3. ОЛ [3] № 1651-1655	16	

3	6.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение понятия нормального делителя группы, фактор-группы, гомоморфизмов групп. Разбор доказательства теоремы о гомоморфизмах групп. • решение задач и упражнений: решение задач на построение фактор-групп по нормальным делителям групп для конечных и бесконечных групп. Построение гомоморфизмов групп.	осн. 1,2,3, доп. 2,3. ОЛ [3] № 1681, 1685 М 1692	16	
		Раздел 7. Кольца.		48	
4	7.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: • изучение основных определений по теме:	осн. 1,2,3, доп. 2,3.	24	
1	2	3	4	5	
		кольца, подкольца, главного идеала и идеала	ОЛ [3] №	4	
		кольца, класса вычетов по идеалу, сравнений по идеалу, их свойств. • решение задач и упражнений: решение задач на отыскание идеалов колец, построение классов вычетов по идеалу кольца, рассмотрение классов вычетов в кольце целых чисел. подготовка к курсовой работе.	1781-1783		
5	7.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение понятия делимости в кольце, понятия простых и составных элементов кольца, ассоциированных элементов кольца, обратимых элементов. Изучение понятий евклидова кольца и кольца главных идеалов. • решение задач и упражнений: решение задач на применение понятий обратимых элементов, ассоциированных элементов, применение свойств делимости в кольцах, задач на выяснение, является ли кольцо кольцом главных идеалов и евклидовым кольцом. • подготовка к коллоквиуму, курсовой работе.	осн. 1,2,3, доп. 2,3. ОЛ [3] № 1785, 1791 № 1793	24	
		Раздел 8. Алгебра многочленов.		60	
6-8	8.1.	Подготовка к аудиторному занятию:	осн. 2,3, доп.		

		• работа с теоретическим материалом: изучение построения кольца многочленов над областью целостности как трансцендентного расширения области целостности, понятия корня многочлена, деления многочлена на двучлен, схемы Горнера. Изучение многочленов над полем, понятия НОД и НОК многочленов, алгоритма Евклида, теоремы о делении с остатком, кратных корней многочлена, формальной производной многочлена. • решение задач и упражнений: решение задач на отыскание НОД и НОК многочленов, определение кратности корня многочлена, отделение кратных множителей многочлена. • подготовка к коллоквиуму, курсовой работе.	2,3,5		
			ДЛ[5] № 2501-2505		
			№ 2603		
9-11	8.2.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: • изучение основных определений и понятий по теме, построения кольца многочленов от нескольких переменных как простого расширения кольца \шогочленов от одной переменной, понятия лексико-графического упорядочивания членов многочлена, высшего члена многочлена, понятия симметрического многочлена,	осн. 2,3, доп. 2,3,5.	18	
		элементарных симметрических многочленов, доказательства леммы о высшем члене многочлена и основной теоремы о симметрических многочленах. • решение задач и упражнений: решение задач на лексико-графическое упорядочивание членов многочлена, на применение основной теоремы о симметрических многочленах, а также на применение теории симметрических многочленах к решению симметрических систем уравнений от двух и более переменных. подготовка к курсовой работе.			
			ДЛ[5] №3109-3110		

12-16	8.3.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение доказательства основной теоремы алгебры комплексных чисел, теорем о сопряженности мнимых корней многочлена с действительными коэффициентами, формул Виета, разложения многочленов на неприводимые множители, вопроса о наличии и свойствах рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами, критерия неприводимости Эйзенштейна. • решение задач и упражнений: решение задач на разложение многочленов на неприводимые множители, отыскание рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами, решение алгебраических уравнений третьей и четвертой степени. • подготовка к собеседованию, контрольной работе	осн. 2,3, доп. 2,3,5 ДЛ[5] № 2701-2708 № 2802, 2809.	20	
		Раздел 9. Элементы теории полей.		48	
17	9.1.	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение основных понятий темы, их определение, понятия минимального многочлена алгебраического элемента, степени алгебраического элемента, строения простого алгебраического расширения поля. • решение задач и упражнений: решение задач на отыскание минимального многочлена алгебраического элемента поля. • подготовка к контрольной, курсовой работам	осн. 2,3, доп. 2,3,5. ДЛ[6] № 12.6.1-12.3.12	20	
18	9.2	Подготовка к аудиторному занятию: • работа с теоретическим материалом: изучение понятия конечного алгебраического расширения поля, понятия алгебраического числа, поля алгебраических чисел, его алгебраической замкнутости. • решение задач и упражнений	осн. 2,3, доп. 2,3,5. ДЛ[6] № 12.6.10	14	

	9.3	алгебраичности чисел, отыскание минимального многочлена алгебраического числа, освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.		14	
--	-----	---	--	----	--

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Успешное изучение курса требует от обучающихся посещения лекций, активной работы на практических занятиях, выполнения всех учебных заданий преподавателя, ознакомления с основной и дополнительной литературой.

Запись **лекции** – одна из форм активной самостоятельной работы обучающихся, требующая навыков и умения кратко, схематично, последовательно и логично фиксировать основные положения, выводы, обобщения, формулировки. В конце лекции преподаватель оставляет время (5 минут) для того, чтобы обучающиеся имели возможность задать уточняющие вопросы по изучаемому материалу. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, некоторые вопросы выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу. Кроме этого, для лучшего освоения материала и систематизации знаний по дисциплине, необходимо постоянно разбирать материалы лекций по конспектам и учебным пособиям. В случае необходимости обращаться к преподавателю за консультацией.

Подготовка к практическим занятиям.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить теоретический материал по теме занятия (использовать конспект лекций, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, при необходимости дополнить конспект, делая в нем соответствующие записи из литературных источников). В случае затруднений, возникающих при освоении теоретического материала, студенту следует обращаться за консультацией к преподавателю. Идя на консультацию, необходимо хорошо продумать вопросы, которые требуют разъяснения.

В начале практического занятия преподаватель знакомит студентов с темой, оглашает план проведения занятия, выдает задания. В течение отведенного времени на выполнение работы студент может обратиться к преподавателю за консультацией или разъяснениями. В конце занятия проводится прием выполненных заданий, собеседование со студентом.

Результаты выполнения практических заданий оцениваются в баллах, в соответствии с

Вид работ	Методические рекомендации
Лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекций, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.
Практ. занятия	В ходе подготовки к практическим занятиям изучить основную литературу, лекции. Внимательно слушать и конспектировать базовые примеры, разбираемые преподавателем. Задавать уточняющие вопросы в ходе решения базовых задач преподавателем. При решении домашних заданий периодически возвращаться к разобранным на практических занятиях задачам. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу. Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, непредставленными в списке рекомендованной литературы.
Самост. работа	Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашнее задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практических занятий. При решении задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия. Своевременно и полностью решать задачи на самостоятельную работу.

	Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Задавать вопросы в тех местах решения задач, вызвавших затруднение при самостоятельной работе. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы
Подготовка к экзамену	Подготовка к экзамену или зачету ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательно уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

ФГОС ВО в соответствии с принципами Болонского процесса ориентированы преимущественно не на сообщение обучающемуся комплекса теоретических знаний, но на выработку у бакалавра компетенций – динамического набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, которые позволят выпускнику стать конкурентоспособным на рынке труда и успешно профессионально реализовываться.

В процессе оценки бакалавров необходимо используются как традиционные, так и инновационные типы, виды и формы контроля. При этом постепенно традиционные средства совершенствуются в русле компетентностного подхода, а инновационные средства адаптированы для повсеместного применения в российской вузовской практике.

Цель проведения аттестации – проверка освоения образовательной программы дисциплины-практикума через сформированность образовательных результатов.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение дисциплины; помогает оценить крупные совокупности знаний и умений, формирование определенных компетенций.

Оценочными средствами текущего оценивания являются: доклад, тесты по теоретическим вопросам дисциплины, защита практических работ и т.п. Контроль усвоения материала ведется регулярно в течение всего семестра на практических (семинарских, лабораторных) занятиях.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или

	в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Контроль освоения компетенций

№ п\п	Вид контроля	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Аудиторная контр. работа (проверка и оценка)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2
2	Тестирование.	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2

	Подготовка к тестированию(оценка результатов)	Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	
3	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2
4	Зачет в 1 семестре	Раздел 1-Раздел 3 в 1м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2
5	Экзамен во втором семестре	Раздел 4- Раздел 5 во 2м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2
6	Зачет в 3м семестре	Раздел 6- Раздел 9 в 3м семестре	УК-1, ОПК-3, ПК-2

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации.

**Вопросы и задания для контроля работы студентов по дисциплине Алгебра.
Вопросы к коллоквиуму в 1 семестре**

1. Множества, способы задания множеств, операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
4. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
5. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
6. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
7. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
8. Методы математической индукции. Примеры.
9. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
10. Группа: определение, свойства, примеры.
11. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
12. Кольцо: определение, свойства, примеры.
13. Поле: определение, свойства, примеры.
14. Упорядоченное поле.
15. Поле комплексных чисел (построение)

Вопросы для собеседования в 1 семестре.

1. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
3. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
4. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
5. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
6. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
7. Методы математической индукции. Примеры.
8. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
9. Группа: определение, свойства, примеры.
10. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
11. Кольцо: определение, свойства, примеры.
12. Поле: определение, свойства, примеры

Вопросы к зачету в 1 семестре

1. Множества, способы задания множеств, операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
4. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
5. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
6. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
7. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
8. Методы математической индукции. Примеры.
9. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
10. Группа: определение, свойства, примеры.
11. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
12. Кольцо: определение, свойства, примеры.
13. Поле: определение, свойства, примеры.
14. Упорядоченное поле.
15. Поле комплексных чисел (построение)
16. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
17. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.
18. Корни n -ой степени из 1. Первообразные корни n -ой степени из 1.

19. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
20. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
21. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений СЛОУ.
22. Векторное пространство: определение, свойства, примеры.
23. Линейная зависимость и независимость векторов: определение, свойства.
24. Дальнейшие свойства линейной зависимости.

Вопросы к коллоквиуму во 2 семестре

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы.
2. Элементарные преобразования матриц.
3. Операции над матрицами.
4. Свойства операций над матрицами.
5. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
6. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
7. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
8. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
10. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность.
11. Свойства нормальных делителей.
12. Доказать, что $E_n = L + LL$
13. Обратная матрица.
14. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
15. Доказать, что $\dim(L_1 + L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim L_1 \cap L_2$

Вопросы для собеседования во 2 семестре

1. Любые ли матрицы можно сложить, перемножить?
2. Всякая ли матрица обратима? Сформулируйте необходимое условие.
3. Перечислите свойства сложения матриц.
4. Перечислите свойства умножения матрицы на скаляр.
5. Перечислите свойства умножения матриц.
6. Перечислите свойства обратимых матриц.

7. Дайте определение перестановки, операции над подстановками.
8. Свойства умножения подстановок.
9. Чему равно количество перестановок элементов конечного множества?
10. Дайте понятие определителя квадратной матрицы.
11. Перечислите свойства определителей.
12. Докажите, что определитель меняет знак при перестановке строк.
13. Обоснуйте правило треугольников для определителей третьего порядка.

Вопросы к зачету во 2 семестре

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы.
2. Элементарные преобразования матриц.
3. Операции над матрицами.
4. Свойства операций над матрицами.
5. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
6. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
7. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
8. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
10. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность.
11. Свойства нормальных делителей.
12. Доказать, что $E_p = L + Lx$
13. Обратная матрица.
14. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
15. Доказать, что $\dim(L_1 + L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim L_1 \cap L_2$
16. Процесс ортогонализации.

Вопросы к экзамену 2 семестр.

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Элементарные преобразования матриц.
2. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы.
3. Критерий совместности системы линейных уравнений. Число решений системы линейных уравнений.
4. Теоремы об изоморфизме конечной циклической группы и группы корней n -ой Степени из 1, бесконечной циклической группы и группы

$(\mathbb{Z}, +)$

5. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.
6. Теорема Лагранжа. Следствия.
7. Теорема о ранге произведения матриц.
8. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
9. Перестановки и подстановки. Чётность перестановки.
10. Гомоморфизмы групп: определение, свойства. Ядро гомоморфизма.
11. Определитель квадратной матрицы: определение, простейшие свойства.
12. Пересечение и сумма подпространств. Примеры.
13. Миноры и алгебраические дополнения.
14. Прямая сумма подпространств: определение, признаки, примеры.
15. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.
16. Евклидово векторное пространство: определение, свойства, примеры.
17. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
18. Ортогональное дополнение к подпространству: определение, свойства.
19. Группа: определение, простейшие свойства. Примеры.
20. Норма вектора: определение, свойства. Ортонормированный базис пространства.
21. Подгруппы. Необходимые и достаточные условия подгрупп.
22. Изоморфизм групп. Теорема Кэли.
23. Порядок элемента группы. Циклические группы.
24. Свойства решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
25. Смежные классы по подгруппе: определение, свойства, примеры.
26. Единичная матрица. Элементарные матрицы.
27. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность. Свойства нормальных делителей.
28. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
29. Теорема о гомоморфизмах (эпиморфизмах) групп. Подстановки n -ой степени. Свойства подстановок. Циклы.
30. Линейная оболочка системы векторов. Подпространство векторного пространства. Дальнейшие свойства определителей. Необходимое и достаточное условие равенства определителя нулю.
31. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу. Скалярное умножение векторов: определение, свойства, примеры.
32. Определитель произведения матриц.
33. Ортогональная система векторов. Ортогональный базис пространства. Процесс ортогонализации.
34. Метод Крамера решения систем линейных уравнений. Обобщённый закон ассоциативности.

35. Линейные отображения векторных пространств: определение, простейшие свойства, примеры. Способы задания линейных операторов. Матрица линейного оператора.
36. Связь между базисами векторного пространства. Связь между координатами вектора в различных базисах.
37. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Подобные матрицы. Равенство рангов подобных матриц.
38. Операции над линейными операторами. Алгебра линейных операторов. Образ, ядро, ранг, дефект линейного оператора. Невырожденные линейные операторы.
39. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Линейные операторы с простым спектром. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

Вопросы к коллоквиуму в 3 семестре

1. Свойства делимости в области целостности.
2. Свойства главных идеалов кольца. Простые и составные элементы области целостности.
3. Кольца главных идеалов, их свойства.
4. Факториальные кольца, их свойства. Примеры.
5. Евклидовы кольца. Свойства, примеры.
6. НОД в кольце главных идеалов, свойства.
7. НОК в кольце главных идеалов, свойства.
8. Построение кольца многочленов от одной переменной. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
9. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера.
10. Теорема о наибольшем возможном количестве корней многочлена.
11. Теорема о делении с остатком.
12. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.

Вопросы для собеседования в 3 семестре

1. Неприводимые над полем многочлены. Свойства, примеры.
2. Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.
3. Кратные корни многочлена. Отделение кратных корней.
4. Построение кольца многочленов от нескольких переменных.
5. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
6. Симметрические многочлены. Основные леммы.
7. Основная теорема о симметрических многочленах. Алгоритм.
8. Многочлены над полем комплексных чисел. Леммы.
9. Многочлены над полем действительных чисел.
10. Решение уравнений 3 степени.
11. Решение уравнений 4 степени.
12. Отделение действительных корней многочлена. Теорема Штурма.
13. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.

Вопросы к экзамену 3 семестр.

1. Свойства делимости в области целостности.
2. Свойства главных идеалов кольца. Простые и составные элементы области целостности.
3. Кольца главных идеалов, их свойства.
4. Факториальные кольца, их свойства. Примеры.
5. Евклидовы кольца. Свойства, примеры.
6. НОД в кольце главных идеалов, свойства.
7. НОК в кольце главных идеалов, свойства.
8. Построение кольца многочленов от одной переменной. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
9. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о наибольшем возможном количестве корней многочлена.
10. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.
11. Неприводимые над полем многочлены. Свойства, примеры. Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.
12. Кратные корни многочлена. Отделение кратных корней. Построение кольца многочленов от нескольких переменных.
13. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
14. Симметрические многочлены. Основные леммы.
15. Основная теорема о симметрических многочленах. Алгоритм.
16. Результант многочленов. Исключение переменных с помощью результанта.
17. Многочлены над полем комплексных чисел. Леммы.
18. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
19. Многочлены над полем действительных чисел.
20. Решение уравнений 3 степени.
21. Решение уравнений 4 степени.
22. Отделение действительных корней многочлена. Теорема Штурма.
23. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.
24. Простое алгебраическое расширение поля.
25. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента, его свойства.
26. Теорема о строении простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
27. Конечное расширение поля. Теорема о конечном расширении.
28. Составное алгебраическое расширение.
29. Простота составного алгебраического расширения.

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля) Алгебра

7.1. Учебная литература

Основная литература

1. Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. - М.: 2009..

2. Курош А. Г., Курс высшей алгебры, «Лань», 2008.
3. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре, «Лань», 2010.
4. Фаддеев Д. К., Лекции по алгебре, «Лань», 2010.
5. Фаддеев Д. К., Соминский И. С, Задачи по высшей алгебре, «Лань», 2008.

Дополнительная литература.

1. Бурбаки Н. М.: « Алгебра» М., Наука, 1966
2. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Факториал, 1999
3. Виноградов И. М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1976
4. Кострикин А. И. Введение в алгебру. М.: Физматлит, 2000 (ч. 1, 2, 3).
5. Кострикин А. И. Сборник задач по алгебре. М.: Физматлит, 2001.
6. Куликов Л. Я. и др. Сборник задач по алгебре и теории чисел. - М.: 1993.
7. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.
8. Феферман С.Ф. Числовые системы. М.: Наука, 1971

7.2. Интернет-ресурсы

№	Название	Электронный адрес	Содержание
1.	Exponenta.ru	www.exponenta.ru	На сайте размещены электронные учебники, справочники, статьи, примерами применения математических пакетов в образовательном процессе, демо-версии популярных математических пакетов, электронные книги и свободно распространяемые программы.
2.	Math.ru	www.math.ru	Математический сайт для школьников, студентов, учителей и всех, кто интересуется математикой.
3.	Математика	www.mathematics.ru	Учебный материал по различным разделам математики.
4.	Математика для студентов и прочее.	www.xplusy.isnet.ru	Содержит большое количество видеолекций для школьников, абитуриентов и студентов по математике и физике.
5.	Российское образование.	www.edu.ru	Федеральный образовательный портал: учреждения, программы, стандарты, ВУЗы, тесты ЕГЭ.

7.3. Программное обеспечение дисциплины Алгебра

1. Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа: Учебное пособие / Рубашкина Е.В. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=544419>)
2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – СПб.:Лань, М.: Физматкнига, 2007. – 432 с.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру (в 3 томах). – М.: МЦНМО. – 2009. (Электронный ресурс. – «Университетская библиотека онлайн», Режим доступа:

Том 1. Основы алгебры – 273 с: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63140 том 2. Линейная алгебра – 368 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=63144 том 3. Основные структуры алгебры – 272 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=62951)

4. Дадаян А.А. Математика: Учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд. - М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 544 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=397662>)

5. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел: учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. — М. : ФЛИНТА : Наука, 2012. — 464 с. (<http://znanium.com/bookread2.php?book=456995>)

6. Ильин, В. А. Линейная алгебра [Текст] : [Учеб. для физ. спец. и спец. "Прикладная математика"] / В. А. Ильин ; Э.Г. Поздняк. - М. : Физматлит, 2010. - 278 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=68974)

7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 2001. - 382 с.

8. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре [Текст] : [Учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов] / И. В. Проскуряков. - 8-е изд. - М. : СПб. : Физматлит : Невский диалект : Лаборатория базовых знаний, 1966. - 381 с.

(http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=464077).

9. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел. – СПб.: Лань. – 2008. – 222 с.
10. Курош А. Г. Теория групп. М.: Физматлит, 2011 – 805 с. (Электронный ресурс «Университетская библиотека онлайн», режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=457669)
11. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – СПб.:Лань, 2009. – 335 с.

7.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины Алгебра

Для освоения данной дисциплины необходимы:

- мультимедийные средства обучения (компьютер и проектор, ресурсы Интернета);
- классическая доска;
- мел.
- 30 стульев, 15 ученических парт, стол и стул преподавателя

Рабочая программа дисциплины **Алгебра** составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01 Математика** (уровень высшего образования **бакалавриат**), утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" (с изменениями и дополнениями) (Редакция с изменениями N 1456 от 26.11.2020, С изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г.), с учетом профессионального стандарта **01 Образование и наука**, утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от «5» августа 2021 г. № 30550

Программу составил:

Доцент кафедры «Математический анализ» Албогачиева М.М.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ» Протокол № 8 от «27» апреля 2026г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета протокол № 6 от «28» апреля 2026 г.

1. Перечень компетенций, с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

При освоении дисциплины (модуля) компетенции, закрепленные за ней, реализуются по темам (разделам) дисциплины (модуля), в определенной степени (полностью или в оговоренной части) и на определенном этапе

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции
УК-1	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК 1.1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.2.: Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи; УК-1.3.: Осуществляет поиск информации для решения
ОПК-3	ОПК-3. Способен использовать в педагогической деятельности научные знания в сфере математики и информатики	ОПК -3.1. : Знает основные направления и проблематику современной математики. ОПК-3.2: Решает исследовательские математические задачи на основе конструирования новых или реконструкции уже известных способов и приемов ОПК-3.3: Владеет методами математических исследований
ПК-2	Способен преподавать математику в средней школе специальных учебных заведениях	ПК-2.1: Разрабатывает научно-методическое обеспечение реализации курируемых учебных предметов, курсов, дисциплин. ПК-2.2: Применяет теоретические основы создания и использования новых педагогических технологий и методических систем обучения, реализованных на базе информационных и коммуникационных технологий, обеспечивающих развитие учащихся на разных ступенях образования. ПК-2.3: Обладает систематизированными теоретическими и практическими знаниями.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Таблица 2.

Сопоставление шкал оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	91-100	81-90	61-80	0-60
Бинарная шкала	Зачтено			Не зачтено

Таблица 3.

Оценивание ответа на вопросы по темам для устного ответа

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	- Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи.	Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса
Хорошо (базовый уровень)		Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся

		недостаточной глубиной и
--	--	--------------------------

		полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.

Таблица 4.

Оценивание подготовки рефератов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	- Полнота изложения теоретического материала; - Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий); - Самостоятельность ответа; - Культура речи.	выполнены все требования к написанию и защите реферата: обозначена проблема и обоснована её актуальность, сделан краткий анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём, соблюдены требования к внешнему оформлению, даны

		правильные ответы на дополнительные вопросы
Хорошо (базовый уровень)		основные требования к реферату и его защите выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении; на дополнительные вопросы при защите даны неполные ответы
Удовлетворительно (пороговый уровень)		имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата или при ответе на дополнительные вопросы; во время защиты отсутствует вывод
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Оценивание ответа на зачете

Таблица 5.

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их

	выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.
--	---

Таблица 6.

Оценивание ответа на экзамене

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации.

Вопросы и задания для контроля работы студентов по дисциплине Алгебра.

Вариант -1.**1. Решить систему линейных уравнений:**

а) методом

Крамера; б)

методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 2x - y = 0 \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2x & - \\ 2 & \\ 7 & x \end{vmatrix} > 5.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 2x^2 + 3x + 5 \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -8 & -13 & -14 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 10 & 8 & 12 & 6 \\ 1 & 0 & 5 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант -2.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом

Крамера; б)

методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f'(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 3x^2 - 4x + \frac{9}{x} \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

6. Определить ранг матрицы, преобразовав ее в ступенчатую, методом Гаусса.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант -3.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом

Крамера; б)

методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & & -4 \\ x & & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$x + 10 \quad 1$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 17 & -7 \\ -1 & 13 & 1 \\ 1 & 7 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 7x^2 + 9x - \frac{4}{2} \quad \text{и} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ & 4 & 6 \\ & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ - & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант -4.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом

Крамера; б)

методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + 2y - z = 1 \\ -3x + y + 2z = 0 \\ x + 4y + 3z = 2 \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 3 & - & 1 \\ 2 & & -2 \\ 1 & x & -1 \\ -1 & 2 & \end{vmatrix} < 1.$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 1 & 3 & 16 \\ 0 & -1 & 10 \end{vmatrix}$$

4. Найти $f(A)$, если заданы $f(x)$ и A .

$$f(x) = 3x^2 + 3x - 7 \quad \text{и} \quad A = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$$

5. Определить собственные значения и собственные векторы матриц A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \\ 2 & 2 & \end{pmatrix}$$

Вариант -5.

1. Решить систему линейных уравнений:

а) методом

Крамера; б)

методом Гаусса;

в) методом обратной матрицы (матричным методом).

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x - y + z = b \\ x + y - z = c \end{cases}$$

2. Решить уравнение (неравенства):

$$\begin{vmatrix} 2 & x + & -1 \\ 2 & & -2 \\ 1 & 1 & \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0 .$$

3. Вычислить определитель:

а) по определению;

б) разложением по строке.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & - \\ & & 3 \end{vmatrix}$$

Вопросы к коллоквиуму в 1 семестре

1. Множества, способы задания множеств, операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
4. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество.

Примеры.

5. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
6. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
7. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
8. Методы математической индукции. Примеры.
9. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
10. Группа: определение, свойства, примеры.
11. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
12. Кольцо: определение, свойства, примеры.
13. Поле: определение, свойства, примеры.
14. Упорядоченное поле.
15. Поле комплексных чисел (построение)

Вопросы для собеседования в 1 семестре.

1. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
3. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
4. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
5. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
6. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
7. Методы математической индукции. Примеры.
8. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
9. Группа: определение, свойства, примеры.
10. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
11. Кольцо: определение, свойства, примеры.
12. Поле: определение, свойства, примеры

Вопросы к зачету в 1 семестре

1. Множества, способы задания множеств, операции над множествами.
2. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.

3. Бинарные отношения. Свойства бинарных отношений на множестве.
4. Отношение эквивалентности: определение, классы эквивалентности, фактор-множество. Примеры.
5. Отношение порядка: определение, свойства, примеры.
6. Функциональные отношения: определение, свойства, примеры.
7. Отображения. Обратимые отображения. Композиция отображений.
8. Методы математической индукции. Примеры.
9. Бинарные операции: определение, виды бинарных операций, нейтральные элементы, симметричные элементы.
10. Группа: определение, свойства, примеры.
11. Подгруппа: определение, примеры. Изоморфизм групп. Примеры.
12. Кольцо: определение, свойства, примеры.
13. Поле: определение, свойства, примеры.
14. Упорядоченное поле.
15. Поле комплексных чисел (построение)
16. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
17. Возведение в степень и извлечение корня n -ой степени из комплексного числа.
18. Корни n -ой степени из 1. Первообразные корни n -ой степени из 1.
19. Системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
20. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
21. Однородные системы линейных уравнений. Свойства решений СЛОУ.
22. Векторное пространство: определение, свойства, примеры.
23. Линейная зависимость и независимость векторов: определение, свойства.
24. Дальнейшие свойства линейной зависимости.

Вопросы к коллоквиуму во 2 семестре

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы.
2. Элементарные преобразования матриц.
3. Операции над матрицами.
4. Свойства операций над матрицами.

5. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
6. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
7. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
8. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
10. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность.
11. Свойства нормальных делителей.
12. Доказать, что $E_n = L + LL$
13. Обратная матрица.
14. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
15. Доказать, что $\dim(L_1 + L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim L_1 \cap L_2$

Вопросы для собеседования во 2 семестре

1. Любые ли матрицы можно сложить, перемножить?
2. Всякая ли матрица обратима? Сформулируйте необходимое условие.
3. Перечислите свойства сложения матриц.
4. Перечислите свойства умножения матрицы на скаляр.
5. Перечислите свойства умножения матриц.
6. Перечислите свойства обратимых матриц.
7. Дайте определение перестановки, операции над подстановками.
8. Свойства умножения подстановок.
9. Чему равно количество перестановок элементов конечного множества?
10. Дайте понятие определителя квадратной матрицы.
11. Перечислите свойства определителей.
12. Докажите, что определитель меняет знак при перестановке строк.
13. Обоснуйте правило треугольников для определителей третьего порядка.

Вопросы к зачету во 2 семестре

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы.
2. Элементарные преобразования матриц.
3. Операции над матрицами.

4. Свойства операций над матрицами.
5. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
6. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу.
7. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
8. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
9. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
10. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность.
11. Свойства нормальных делителей.
12. Доказать, что $E_p = L + Lx$
13. Обратная матрица.
14. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
15. Доказать, что $\dim(L_1 + L_2) = \dim L_1 + \dim L_2 - \dim L_1 \cap L_2$
16. Процесс ортогонализации.

Вопросы к экзамену 2 семестр.

1. Строчечный и столбцовый ранги матрицы. Элементарные преобразования матриц.
2. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы.
3. Критерий совместности системы линейных уравнений. Число решений системы линейных уравнений.
4. Теоремы об изоморфизме конечной циклической группы и группы корней n -ой Степени из 1, бесконечной циклической группы и группы $(\mathbb{Z}, +)$
5. Операции над матрицами. Свойства операций над матрицами.
6. Теорема Лагранжа. Следствия.
7. Теорема о ранге произведения матриц.
8. Фактор-группа: построение, определение, свойства, примеры.
9. Перестановки и подстановки. Чётность перестановки.
10. Гомоморфизмы групп: определение, свойства. Ядро гомоморфизма.
11. Определитель квадратной матрицы: определение, простейшие свойства.
12. Пересечение и сумма подпространств. Примеры.
13. Миноры и алгебраические дополнения.
14. Прямая сумма подпространств: определение, признаки, примеры.
15. Теорема о ранге матрицы. Вычисление ранга матрицы методом окаймляющих миноров.

16. Евклидово векторное пространство: определение, свойства, примеры.
17. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений.
18. Ортогональное дополнение к подпространству: определение, свойства.
19. Группа: определение, простейшие свойства. Примеры.
20. Норма вектора: определение, свойства. Ортонормированный базис пространства.
21. Подгруппы. Необходимые и достаточные условия подгрупп.
22. Изоморфизм групп. Теорема Кэли.
23. Порядок элемента группы. Циклические группы.
24. Свойства решений системы линейных однородных уравнений.
Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.
25. Смежные классы по подгруппе: определение, свойства, примеры.
26. Единичная матрица. Элементарные матрицы.
27. Нормальный делитель группы: определения и их равносильность.
Свойства нормальных делителей.
28. Обратная матрица. Вычисление обратной матрицы методом элементарных преобразований.
29. Теорема о гомоморфизмах (эпиморфизмах) групп.
Подстановки n -ой степени. Свойства подстановок.
Циклы.
30. Линейная оболочка системы векторов. Подпространство векторного пространства. Дальнейшие свойства определителей. Необходимое и достаточное условие равенства определителя нулю.
31. Теорема о разложении определителя по строке или столбцу. Скалярное умножение векторов: определение, свойства, примеры.
32. Определитель произведения матриц.
33. Ортогональная система векторов. Ортогональный базис пространства.
Процесс ортогонализации.
34. Метод Крамера решения систем линейных уравнений. Обобщённый закон ассоциативности.
35. Линейные отображения векторных пространств: определение, простейшие свойства, примеры. Способы задания линейных операторов. Матрица линейного оператора.
36. Связь между базисами векторного пространства. Связь между координатами вектора в различных базисах.
37. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
Подобные матрицы.
Равенство рангов подобных матриц.

38. Операции над линейными операторами. Алгебра линейных операторов. Образ, ядро, ранг, дефект линейного оператора. Невырожденные линейные операторы.

39. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Линейные операторы с простым спектром. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

Вопросы к коллоквиуму в 3 семестре

1. Свойства делимости в области целостности.
2. Свойства главных идеалов кольца. Простые и составные элементы области целостности.
3. Кольца главных идеалов, их свойства.
4. Факториальные кольца, их свойства. Примеры.
5. Евклидовы кольца. Свойства, примеры.
6. НОД в кольце главных идеалов, свойства.
7. НОК в кольце главных идеалов, свойства.
8. Построение кольца многочленов от одной переменной. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
9. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера.
10. Теорема о наибольшем возможном количестве корней многочлена.
11. Теорема о делении с остатком.
12. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.

Вопросы для собеседования в 3 семестре

1. Неприводимые над полем многочлены. Свойства, примеры.
2. Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.
3. Кратные корни многочлена. Отделение кратных корней.
4. Построение кольца многочленов от нескольких переменных.
5. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
6. Симметрические многочлены. Основные леммы.
7. Основная теорема о симметрических многочленах. Алгоритм.
8. Многочлены над полем комплексных чисел. Леммы.
9. Многочлены над полем действительных чисел.
10. Решение уравнений 3 степени.
11. Решение уравнений 4 степени.
12. Отделение действительных корней многочлена. Теорема Штурма.
13. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.

Вопросы к экзамену 3 семестр.

1. Свойства делимости в области целостности.
2. Свойства главных идеалов кольца. Простые и составные элементы области целостности.
3. Кольца главных идеалов, их свойства.
4. Факториальные кольца, их свойства. Примеры.
5. Евклидовы кольца. Свойства, примеры.
6. НОД в кольце главных идеалов, свойства.
7. НОК в кольце главных идеалов, свойства.
8. Построение кольца многочленов от одной переменной. Алгебраическое и функциональное равенство многочленов.
9. Деление многочлена на двучлен. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема о наибольшем возможном количестве корней многочлена.
10. Теорема о делении с остатком.
Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД.
11. Неприводимые над полем многочлены. Свойства, примеры.
Формальная производная многочлена. Неприводимые кратные множители.
12. Кратные корни многочлена. Отделение кратных корней. Построение кольца многочленов от нескольких переменных.
13. Лексикографическое упорядочение членов многочлена.
14. Симметрические многочлены. Основные леммы.
15. Основная теорема о симметрических многочленах. Алгоритм.
16. Результант многочленов. Исключение переменных с помощью результата.
17. Многочлены над полем комплексных чисел. Леммы.
18. Основная теорема алгебры комплексных чисел.
19. Многочлены над полем действительных чисел.
20. Решение уравнений 3 степени.
21. Решение уравнений 4 степени.
22. Отделение действительных корней многочлена. Теорема Штурма.
23. Многочлены над полем рациональных чисел. Критерий Эйзенштейна.
24. Простое алгебраическое расширение поля.
25. Минимальный многочлен алгебраического над полем элемента, его свойства.
26. Теорема о строении простого алгебраического расширения поля. Освобождение от алгебраической иррациональности в знаменателе дроби.
27. Конечное расширение поля. Теорема о конечном расширении.
28. Составное алгебраическое расширение.
29. Простота составного алгебраического расширения.

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой